3) (FAUX)

$\sqrt[3]{16} > 2$ car $16>2^3$

$\sqrt[4]{16} = 2$

$\sqrt[4]{16} < \sqrt[3]{16}$

4) (VRAI) POUR N≥2

$f(x) = \sqrt[n]{x} \rightarrow f^{-1}(x) = x^n$

$(f^{-1})'(0) = 0$

5) (FAUX) CONTRE EXEMPLE :

$$f(x) = x + \sqrt{1+x^2} \qquad I=\mathbb{R}$$

$$f'(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

$\lim\limits_{+\infty} f = +\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}-x} = 0$

f est une bijection de $\mathbb{R}$ sur $f(\mathbb{R}) =]0,+\infty[$

$y = f^{-1}(x) \Leftrightarrow f(y) = x \Leftrightarrow y + \sqrt{1+y^2} = x$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1+y^2} = x - y \Leftrightarrow 1 + y^2 = x^2 + y^2 - 2xy \Leftrightarrow y = \frac{x^2-1}{2x}$$

$f^{-1}(x) = \frac{x^2-1}{2x}$ f^{-1} ne garde pas un signe constant sur $]0,+\infty[$

EXERCICE№1

1) f_1 n'est pas une bijection de [-4,3] sur [-4,3]

2) f_2 est une bijection de [-3,1] sur [-4,4] (continue et strictement décroissante)

3) f_3 est une bijection de [-3,4] sur [-3,4] (continue et strictement croissante)